

天

學

闡

微

天學闡微卷之五

王家弼學

句股釋例三

弧三角名義

弧三角之法以測渾圓渾圓上之弧度皆與天相應其弧度有極大之圈乃腰圍之一線如黃赤道于午規地平規皆是也兩弧度相交而成角角有正有斜斜角又有銳鈍共三種而角兩旁皆弧線與直線角異兩弧線又皆半周必復相交作角而等與直線半徑異三弧度相交則成三角形三角形有三角三邊共六件以先有之三件求餘三件與平三角同所不

同者平三角形之三角并之皆一百八十度孤三角
不然其三角最小者比一百八十度必盈但不得滿
五百四十度平三角之邊小僅咫尺大則千百萬里
孤三角邊必在半周以下不得滿一百八十度合三
邊不得滿三百六十度平三角有兩角即知餘角孤
三角非算不知平三角有一正角餘二角必銳孤三
角則否有三正角兩正角者其餘角有鈍有銳或兩
銳或兩鈍或一銳一鈍不等平三角有一鈍角餘二
角必銳孤三角則否其餘角或銳或正或銳甚有三
鈍角者平三邊以不同邊而同角為相似形同邊又

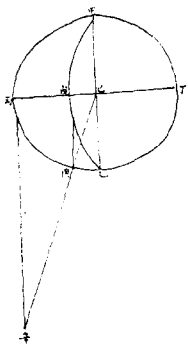
同角為相等形，孤三角則但有相等之形而無相似之形。以同角者必同邊也。平三角但可以三邊求角，不可以三角求邊。孤三角則可以三角求邊，平三角用八綫惟用於角，孤三角用八綫並用於邊。平三角以角之八綫與邊相比，孤三角是以角之八綫與邊之八綫相比。平三角有正角即為句股，若正孤三角形實非句股，而以其八綫轉成句股。平三角以角求邊是用孤綫求直綫也。以邊求角是用直綫求孤綫也。然角以八綫為用，仍是以直綫求直綫也。句股法也。孤三角以邊求角以角求邊，是以孤綫求孤綫也。

而角與邊並用八線仍是以直線求直線也亦句股法也蓋惟直線可成句股所不同者平三角所成句股形即在平面而球三角所成句股不在球面而在其內外測量家有點有線有面有體球三角備有之其所測之角即點也球三角之邊即綫也球三角之形即面也球三角之所麗即渾體也渾圓內點綫面體與球三角相應如渾球中剖則成平圓即面也以球面之各角依視法移于平圓面即渾圓內相應之點也又以球與角之八線移至平面成句股是渾圓內相應之綫也又如球三角之二邊各引長之成大圓

各依大圈以剖渾圓即各成平面圖是亦渾圓內相應之面也二平圓相割成衣瓣三平圓相割成錐依八線橫剖之即成塹堵是渾圓體內相應之分體也雖不可以目視而可以算得也

弧三角八線

弧三角非圖不明然圓弧線於平面必用視法變渾為平如圖甲丙乙丁半渾圓以甲戊乙弧界之則其弧面分兩角為一銳一鈍以視法移此弧



度于相應之平面亦一銳一鈍即分圓徑為大小二
夫而戊丙正矢為戊甲丙銳角之度戊乙丙亦同戊
丁大矢為戊甲丁鈍角之度戊乙丁亦同故得矢即
得角又如前圖丙戊弧為甲銳角之度與丙庚等則
丙戊之在平面者變為直線即為甲銳角之矢而戊
己為角之餘弦戊庚為角之正弦丙辛為角之切綫
己辛為角之割綫皆與平面丙庚弧之八綫等丁己
戊過弧為甲鈍角之度與丁乙庚過弧等則丁戊在
平面者變為鈍角之大矢而戊己餘弦戊庚正弦丙
辛切綫己辛割綫並與銳角同平面鈍角之八綫與

外角同用弧三角亦然

弧三角各邊各類

凡三角內有一正角謂之正弧三角形三角內並無正角謂之斜弧三角形

三弧三角形之角有三正角者有二正角一銳角者有二正角一鈍角者三種不須用算又有一正角兩銳角者內分二種一種兩銳角同度一種兩銳角不同度有一正角兩鈍角者內分二種一種兩鈍角同度一種兩鈍角不同度有一正角一銳角一鈍角者內分二種一種銳鈍兩角合之成半周一種合銳鈍

兩角不能成半周計正孤之角九種而用算者六也

正孤三角形之邊有三邊並足者足謂足九十度有二邊足

一邊小者在象限以下為小有二邊足一邊大者過象限以上為大

三種可不用算有三邊並小者內分二種一種二邊

等一種三邊不等有二邊大而一小者內分三種一

種二大邊等一種二大邊不等一種小邊為一大邊

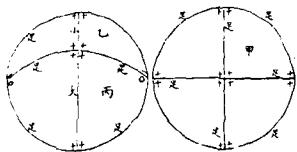
減半周之餘計正孤之邊八種而用算者五也二邊

俱小則餘邊必不能大故無二小一大之形二邊俱

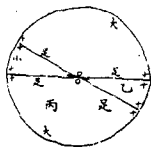
大則餘邊亦不能大故無三邊並大之形一邊若足

則餘邊亦有一足故無一邊足之形

正極三角形圖一計三種



甲形三角
 並十字
 正方三
 邊並足
 九十度
 此置正角在凸面
 與正角在邊者並
 一法

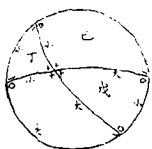


乙形角二足一銳
 丙形角二正一鈍
 邊二足一大

正極三角形圖二

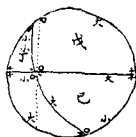
計三種

以上三種不須用算



丁形角一正二銳同
 戊形角一正二鈍同
 己形角一正一銳
 小度一鈍其鈍銳

兩角成半周
 邊二大一
 內一大邊與
 小邊成半周



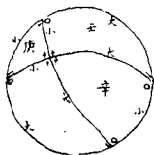
此正角在邊與前圖
 正角在面者同法後
 庚辛壬形做此

以上正孤形三種有同度之邊與角謂之二等邊形
 內有己形雖無同等之邊角而有共為半周之邊角
 度雖不同而所用之正弦則同即同度也凡邊等者

角亦等後做此

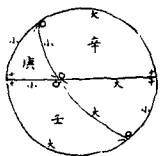
正孤三角形圖三

計三種



庚形角一正二銳三
 形而無辛形角一正
 二大一小並同壬形
 二大一小並同壬形
 形而無辛形角一正
 二大一小並同壬形

一角一正一銳
 一鈍邊二大
 形而大小二
 邊不能成半
 周角亦然

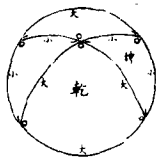


以上正孫形三種邊角
 與丁戌巳三種無異但
 無同度之邊

斜孫三角形之角有三角並銳者內分三種一種有
 二角相等一種三角不相等一種三角俱等有二角
 銳而一鈍者內分四種一種二銳角相等一種二銳
 角不相等一種鈍角為一銳角減半周之餘一種二
 銳角相等而又並為鈍角減半周之餘有二角鈍而
 一銳者內分四種一種二鈍角相等一種二鈍角不
 相等一種銳角為一鈍角減半周之餘一種二鈍角

相等而又並為銳角減半周之餘有三角並鈍者內
分三種一種有二角相等一種三角不相等一種三
角相等計斜袞之角十有四種斜袞三角形之邊有
一邊足二邊小者內分二種一種二小邊相等一種
二小邊不等有一邊足二邊大者內分二種一種二
大邊等一種二大邊不等有一邊足一邊小一邊大
者內分二種一種大小二邊合之成半周一種合二
邊不能成半周有三邊並小者內分三種一種三邊
不等一種二邊等一種三邊俱等有二邊大而一小
者內分四種一種二大邊等一種二大邊不等一種

小邊為一大邊減半周之餘一種二大邊等而又並
 為小邊減半周之餘有二邊小而一大者內分四種
 一種二小邊等一種二小邊不等一種大邊為一小
 邊減半周之餘一種二小邊等而又並為大邊減半
 周之餘有三邊並大者內分三種一種三邊不等一
 種二邊等一種三邊俱等計斜球之邊二十種
 斜球三角形圖一計四種



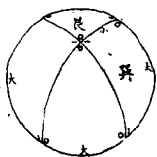
乾形

三角並鈍又皆同度
三邊並大又皆同度

坤形

角一鈍二銳同度其銳角為
銳角減半周之餘

邊一大二小同度其大邊為
小邊減半周之餘

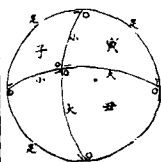


艮形 三角並銳又皆同度
巽形 三角一銳二鈍同度又皆為銳

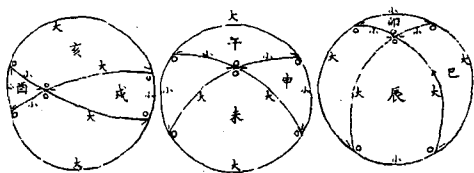
邊減半同之餘 邊減半同之餘 同度又皆為小

以上斜弧形四種並三角三邊同度謂之三等邊形
內有二等邊者其一邊為等邊減半周之餘與三等
邊同法以同用正弦故

斜弧三角形圖二計十二種



子形 二銳角同度一鈍角
寅形 二銳角一鈍角
大形 二銳角一鈍角
同度一足
者二大邊
同度一足
小邊同度一足
同度一足
小邊為大邊減半同之餘



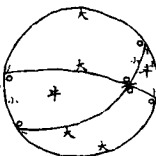
卯形三二銳角同度一純長形三銳角同並
 度者二二大已形二銳角一純內一
 邊同度一小邊一純角為純角減半
 周之餘二大邊一純角為純角減半
 大邊為小邊減半周之餘
 午形二二銳角同度一純未形三銳角同並
 者二二邊並申形二銳角一純內一
 大同度者二二邊一純角為純角減半
 周之餘二小邊一純角為純角減半
 小邊為大邊減半周之餘
 酉形三二銳角同度一純長形三銳角同並
 度者二二大已形二銳角一純內一
 邊同度一小邊一純角為純角減半
 周之餘二大邊一純角為純角減半
 大邊為小邊減半周之餘
 以上斜稱三角形十二種並二等邊

形內有四種以大小二邊度成半周與二等邊同法

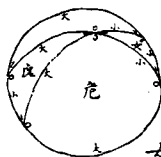
小邊為大邊減半周之餘則同用一正弦

斜張三角形圖三計十種

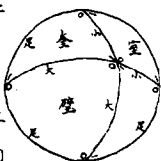
女形銳角三邊並



斗形銳角三邊並
小並半形銳角二一

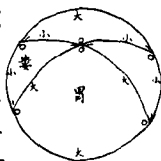


女形銳角三邊並
小虛形鈍角二一
大銳邊二危形
二大角並銳邊



小二胃形三角並大

室形一角一足二銳邊
壁形三角一足二大邊
形一角一足二銳邊

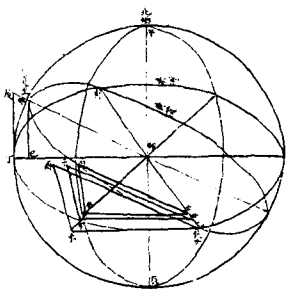


妻形一角一足二銳邊
胃形一角一足二銳邊

以上斜張三角形十種並三邊不

等用算只四種

正球三角形以八綫成句股



乙丁寅為赤道乙丙癸為

黃道乙與寅為春秋分癸

為夏至午癸丁辰為極至

交圈午與辰為南北極午

丙甲為過極經圈

丙乙為黃道距二分之度

甲乙為赤道距二分之度

丙乙甲三角球形甲為正角乙春秋分角與渾圓心

即同升度

卯角相應

癸丁弧為黃赤大距

即乙角之弧
為卯角之弧

亦癸己為乙角正

弦卯己其餘弦戊丁為乙角切綫戊卯其割綫卯癸及卯丁皆半徑成癸己卯及戊丁卯兩句股形

丙辛為丙甲距度正弦丙壬為丙乙黃道正弦作辛壬綫與丁卯平行成丙辛壬句股形

子甲為丙甲距度切綫甲丑為甲乙赤道正弦作子丑綫與丙壬平行成子甲丑句股形

酉乙為丙乙黃道切綫未乙為甲乙赤道切綫作酉未綫與子甲平行成酉未乙句股形

前二句股形在癸丁大距弧內外癸己卯用正餘
弦在弧內戊丁卯用割切線出弧外後三句股形
在丙乙甲三角內外丙辛壬在丙角用兩正弦在
渾圓內于甲丑在甲角兼用正弦切線半在內半
在外面未乙用兩切線在渾圓外

用法

假如有丙乙黃道距春分之度求其距緯丙甲法為
半徑癸卯與乙角之正弦癸己若丙乙黃道之正弦
丙壬與丙甲距緯之正弦丙辛也

丙乙黃道距春分四十五度求距緯丙甲

一率 癸卯 一〇〇〇〇〇〇

二率 癸巳 三九八四三七八

三率 丙壬 七〇七一〇六八

四率 丙辛 二八一七三八〇

檢表得丙甲一十六度二十一分五十七秒

若先有丙甲距度而求丙乙黃道距春分之度則反
用之為乙角之正弦癸巳與半徑癸卯若丙甲距緯
之正弦丙辛與丙乙黃道之正弦丙壬也

丙甲距緯一十六度二十一分五十七秒求丙乙

黃道

一率 癸巳 三九八四三七八

二率 癸卯 一〇〇〇〇〇〇〇

三率 丙辛 二八一七三八〇

四率 丙壬 七〇七一〇六八

檢表得丙乙四十五度

假如有甲乙赤道同升度求距緯丙甲法為半徑卯
丁與乙角切線丁戌若甲乙赤道正弦甲丑與丙甲
距緯切線子甲也

甲乙赤道同升四十二度三十一分三十五秒求
距緯丙甲

一率 卯丁 一〇〇〇〇〇〇〇

二率 丁戌 四三四四六六六

三率 甲丑 六七五九二九六

四率 子甲 二九三六六八二

檢表得丙甲一十六度二十一分五十七秒

若先有丙甲距緯而求甲乙赤道則反用之為乙角
之切線戊丁與半徑丁卯若丙甲距緯之切線子甲
與甲乙赤道之正弦甲丑也

丙甲距緯一十六度二十一分五十七秒求甲乙

赤道

一率 戊丁 四三四四六六六

二率 丁卯 一〇〇〇〇〇〇〇

三率 子甲 二九三六六八二

四率 甲丑 六七五九二九六

檢表得甲乙四十二度三十一分三十五秒

假如有丙乙黃道距二分一度徑求甲乙赤道同升
度法為半徑卯癸與乙角之餘弦卯己若丙乙黃道
之切線酉乙與甲乙赤道之切線未乙也

丙乙黃道距二分四十五度求甲乙赤道

一率 卯癸 一〇〇〇〇〇〇〇

二率 卯己 九一七一七六〇

三率 酉乙 一〇〇〇〇〇〇〇

四率 未乙 九一七一七六〇

檢表得甲乙四十二度三十一分三十五秒

若先有甲乙赤道同升度而求黃道丙乙距二分之度則反用之為半徑丁卯與乙角之割線戊卯若甲乙赤道之切線未乙與丙乙黃道之切線酉乙也

甲乙赤道四十二度三十一分三十五秒求丙乙

黃道

一率 丁卯 一〇〇〇〇〇〇〇

二率 戊卯 一〇九〇三〇三二

三率 未乙 九一七一七六〇

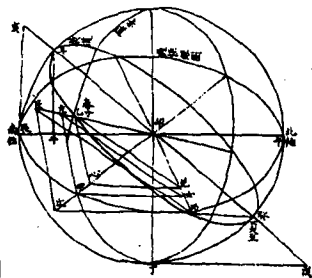
四率 酉乙 一〇〇〇〇〇〇〇

檢表得丙乙四十五度

正孤三角形求餘角法

凡孤三角有三邊三角先得三件可知餘件與平三角同理前論正孤形以黃赤道為例而但詳乙角者因春分角有一定之度人所易知故先詳之或疑求乙角之法不可施於丙角不知求乙角之法一一皆同丙角更之而用丙角求餘邊亦如其用乙角也所

異者乙角定為春分角其度不變丙角為過極經圈
 交黃道之角隨度而移近大距則甚大類十字角近
 春分只六十六度半弱中間交角度度不同故必求
 而得之



丙角所成諸句股皆以亥辰
 卯為例

丙乙為黃道度甲乙為赤道
 同升度丙甲為黃赤距度丙
 角為黃道上交角乙為春分
 角甲常為正角

丙角第一層句股兌乙心形即乙角之壬丙辛也在
乙角兩正弦交於丙在丙角兩正弦交於乙皆弦與
股之比例而同弦不同股乙角丙角並以乙丙正弦
為弦而乙角以丙甲正弦
為股丙角以乙甲正弦為
股皆正弦之而弦同股別

丙角第二層句股女甲亢形即乙角之子甲丑也一
角丙角並以一正弦一切線交於甲為句與股之

例而所用相反乙角於乙甲用正弦於丙甲用切線
丙角則於乙甲用切線於丙甲用正

弦皆乙甲丙甲丙甲丙甲
正弦切線而所用迥別

丙角第三層句股艮丙氏形即乙角之酉乙未也在
乙角以兩切線聯於乙在丙角以兩切線聯於丙皆

弦與句之比例而同弦不同句

乙丙兩角差以乙丙切線為弦而乙角以

乙甲切線為句丙角以丙切線也而弦同句別

假如有乙丙黃道度有乙甲赤道同升度而求丙交角則為乙丙之正弦與乙甲之正弦若半徑與丙角之正弦也

乙丙黃道四十五度乙甲赤道四十二度三十一分三十五秒求丙交角

一率 乙丙正弦 七〇七一〇六八

二率 乙甲正弦 六七五九二九六

三率 半徑全數 一〇〇〇〇〇〇〇

四率 丙角正弦

九五五九。八七

檢表得丙角七十二度五十五分二十一秒

假如有丙甲距度及乙甲同升度而求丙交角則為
丙甲之正弦與乙甲之切線若半徑與丙角之切線
也

丙甲距緯一十六度二十一分五十七秒乙甲赤

道四十二度三十一分三十五秒求丙交角

一率 丙甲正弦 二八一七三八。

二率 乙甲切線 九一七一七六。

三率 半徑全數 一〇〇〇〇〇。

四率 丙角切線 三二五五。九八五

檢表得丙角七十二度五十五分二十一秒

假如有丙甲距度及乙丙黃道度而交丙交角則為
乙丙之切線與丙甲之切線若半徑與丙角之餘弦
也

丙甲距緯一十六度二十一分五十七秒乙丙黃
道四十五度求丙交角

一率 乙丙切線 一。〇。〇。〇。〇。〇。

二率 丙甲切線 二九三六六八二

三率 半徑全數 一。〇。〇。〇。〇。〇。

四率 丙角餘弦 二九三六六八二

檢表得丙角七十二度五十五分二十一秒

又如有丙交角有乙丙黃道度而求乙甲同升度則
為半徑與丙角之正弦若乙丙之正弦與乙甲之正
弦

丙角七十二度五十五分二十一秒乙丙黃道四

十五度求乙甲赤道以丙角正弦九五九〇八

七乘乙丙正弦七〇七一〇六八退七位得乙甲

正弦六七五九二九六檢表得四十二度三十一

分三十五秒

或先有乙甲同升度而求乙丙黃道度則以前率更
之為丙角之正弦與半徑若乙甲之正弦與乙丙之
正弦

乙甲赤道四十二度三十一分三十五秒丙角七
十二度五十五分二十一秒求乙丙黃道以丙角
正弦九五五九。八七除乙甲正弦六七五九二
九六陞七位得乙丙正弦七。七一。六八檢表
得四十五度

又如有丙交角有乙甲同升度而求丙甲距度則為
丙角之切線與半徑若乙甲之切線與丙甲之正弦

丙角七十二度五十五分二十一秒乙甲赤道四
十二度三十一分三十五秒求丙甲距度以丙角
切線三二五五。九八五除乙甲切線九一七一
七六。陞七位得丙甲正弦二八一七三八。檢
表得一十六度二十一分五十七秒

或先有丙甲距度而求乙甲同升度則以前率更之
為半徑與丙角切線若丙甲正弦與乙甲切線

丙甲距緯一十六度二十一分五十七秒丙角七
十二度五十五分二十一秒求乙甲赤道以丙角
切線三二五五。九八五乘丙甲正弦二八一七

三八。退七位得乙甲切線九一七一七六。檢表得四十二度三十一分三十五秒

又如有丙交角有乙丙黃道度求丙甲距度則為半徑與丙角餘弦若乙丙切線與丙甲切線

丙角七十二度五十五分二十乙秒乙丙黃道四十五度求丙甲距度以丙角餘弦二九三六六八二乘乙丙切線一〇〇〇〇〇。退七位得丙甲切線二九三六六八二檢表得一十六度二十一分五十七秒

或先有丙甲距度而求乙丙黃道則以前率更之為

丙角餘弦與半徑若丙甲切線與乙丙切線

丙甲距緯一十六度二十一分五十七秒丙角七十二度五十五分二十一秒求乙丙黃道以丙角餘弦二九三六八二除丙甲切線二九三六六八二陞七位得乙丙切線一。。。。。檢表得四十五度

弧角同比例解



正弧三角形以一角對一邊則各角正弦與對邊之正弦皆為同比例如圖乙甲丙弧三角形甲為正角其正弦即半徑全數

法為甲角之正弦與乙角之正弦若乙丙之正弦與丙甲之正弦更之則乙角之正弦與對邊丙甲之正弦若甲角之正弦與對邊乙丙之正弦也又丙角之正弦與對邊乙甲之正弦亦若甲角之正弦與對邊乙丙之正弦也合之則乙角之正弦與對邊丙甲之正弦亦若丙角之正弦與對邊乙甲之正弦也用半徑與乙丙為比例者取其數也言甲角之正弦與乙丙為比例者所以明其理也

專用正弦求各角各邊

有甲角乙角乙丙邊求丙甲邊

一 甲角 正 弦 九 十 度

一 〇 〇 〇 〇 〇 〇

二 乙角 正 弦 三 十 度 二 十 九 分

三 九 八 四 三 七 八

三 乙角 正 弦 四 十 五 度

七 〇 七 一 〇 六 八

四 丙角 正 弦 十 六 度 五 十 七 分

二 八 一 七 三 八 〇

有 甲 角 乙 角 丙 甲 邊 求 乙 丙 邊

一 乙角 黃 赤 大 距 二 十 三 度 二 九 分

三 九 八 四 三 七 八

二 丙角 距 緯 一 十 六 度 二 十 一 分 五 十 七 分

二 八 一 七 三 八 〇

三 甲角 九 十 度 同 半 徑 過 極 點 正 交 赤 道 之 角

一 〇 〇 〇 〇 〇 〇

四 乙角 檢 表 得 黃 經 四 十 五 度

七 〇 七 一 〇 六 八

有 甲 角 丙 角 乙 甲 邊 求 乙 丙 邊

乙丙角

過極圓斜交黃道之角
七十三度二角五分

九五五九〇八

二乙甲

赤經四十二度
三十一度三五

六七五九二九

三甲角

九十度
過極圓正交赤道之角

一〇〇〇〇〇〇〇

四乙丙

黃經四十五度
得四十五度

七〇七一〇六八

有乙角丙角丙甲邊求乙甲邊

一乙角

大距二十三度二九

三九八四三七八

二丙甲

距斜一十六度二一

二八一七三八〇

三丙角

黃交角七十二度二五

九五五九〇八

四乙角

赤經四十二度三一

六七五九二九六

有乙丙邊丙甲邊甲角求乙角

一 乙丙正弦

七〇七一〇六八

二 丙甲正弦

二八一七三八〇

三 甲角正弦

一〇〇〇〇〇〇〇

四 乙角正弦

三九八四三七八

有乙丙邊乙甲邊甲角求丙角

一 乙丙

七〇七一〇六八

二 乙甲

六七五九二九六

三 甲角

一〇〇〇〇〇〇〇

四 丙角

九五五九〇八七

有乙甲邊丙甲邊乙角求丙角

一丙甲

二八一七三八〇

二乙甲

六七五九二九六

三乙角

三九八四三七八

四丙角

九五五九〇八七

有乙丙邊丙甲邊乙角求甲角

一丙甲

二八一七三八〇

二乙丙

七〇七一〇六八

三乙角

三九八四三七八

四甲角

一〇〇〇〇〇〇〇

用法

凡孤三角形但有一角及其對角之一孤則其餘有一角者可以知對角之孤而有一孤者亦可以知對孤之角皆以其正弦用三率比例求之假如乙丙甲三角形先有甲角及相對之乙丙孤則其餘但有丙角可以知乙甲孤但有乙角可以知丙甲孤此為角求孤也若有乙甲孤亦可求丙角有甲丙孤亦可求乙角此為孤求角也

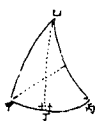
斜孤三角形作垂孤

正孤形有正角如平三角之有句股形也斜孤形無正角如平三角之有銳鈍形也平三角銳鈍二形並

以虛線成句股故斜弧形亦以垂弧成正角也正弧形以正弦等線立算句股法也斜弧形仍以正角立算亦句股法也垂弧之法有三其一作垂弧於形內則分本形為兩正角形其二作垂弧於形外則補成正角形其三作垂弧於次形凡三角俱銳垂弧在形內一鈍二銳或在形內或在形外自鈍角作垂弧則在形內自銳角作垂弧則在形外兩鈍一銳或三角俱鈍則用次形其所作垂弧在次形之內之外次形無鈍角垂弧在其內有鈍角垂弧則其外若破鈍角亦可存內

第一法垂線在形內成兩正角

設甲乙丙形有兩銳角有角旁相聯之乙丙甲丙二
邊求對邊及餘兩角



法於乙角

不如

作垂線

丁至甲丙邊分甲

丙邊為兩即分本形為兩而皆正角一乙

丁丙形有丁正角丙角乙丙邊為兩角一邊可求丁

丙邊乙丁邊及丁乙丙分角

乙分

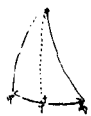
次乙丁甲形有丁

正角甲丁邊乙丁邊為一角兩邊可求乙甲邊甲角

及乙丁甲分角末以兩乙角併之成乙角或如上圖

于甲角端作垂線至乙丙邊分乙丙為兩亦同

設甲乙丙形有兩銳角有角旁相連之丙乙邊及與
角相對之乙甲邊求餘兩角一邊



法於不知之乙角作乙丁垂弧分兩正角
形一乙丙丁形有丁正角丙角乙丙邊可
求乙丁分線及所分丁丙邊及丁乙丙分角次乙甲
丁形有丁正角乙丁邊乙甲邊可求甲角及丁乙甲
分角丁甲邊末以兩分角并之成乙角以兩分邊并
之成甲丙邊

設甲乙丙形有乙丙二角有乙丙邊求甲角及餘邊
法於乙角作垂弧分兩形一乙丙丁形有丁正

角丙角乙丙邊可求乙丁邊丁丙邊丁乙丙分角次
乙丁甲形有乙丁邊丁正角丁乙甲分角可求乙甲
邊中角甲丁邊末以甲丁并丁丙得甲丙邊或於丙
角作垂線亦同若角一鈍一銳 \triangle \triangle 即破銳角作垂
線其法並同

設甲乙丙形有丙甲二角乙甲邊求乙角餘邊



法於乙角作垂線分兩形一乙丁甲形有丁
正角甲角乙甲邊可求甲丁邊乙丁邊丁乙
甲分角次丁乙丙形有丁正角乙丁邊丙角可求乙
丙邊丁丙邊丁乙丙分角末并甲丁丁丙成甲丙邊

并兩分角成乙角

設乙甲丙形有三邊而內有乙丙甲二邊相同求三角



法作乙角作垂線至不同之甲丙一邊分兩正
角形其形必相等甲丙線必兩平分可求丙

角乙分角倍之成乙角而甲角即同丙角

第二法垂線在形外補成正角

設甲乙丙形有丙銳角有夾角之兩邊甲乙丙求乙甲

邊及餘角



法自乙角作垂線丁於形外引丙甲邊至丁
補成正角形二先算丙乙丁半虛半實形有

乙丙邊丙角丁正角可求丙乙丁角半度乙丁邊外

去 丁丙邊丙甲引次甲乙丁虛形有丁正角乙丁邊

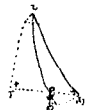
甲丁邊可求乙甲邊甲角及甲乙丁虛角末以甲角

減半周得原設甲角以甲乙丁虛角減丙乙丁角得

原設丙乙甲角

設乙甲丙形有甲鈍角有角旁之丙甲二邊求乙丙

邊及餘角



法於乙角作垂線乙引丙甲至丁補成正角

先算乙丁甲虛形有丁正角甲外角乙甲邊
可求甲丁邊乙丁邊丁乙甲虛角次丁乙丙形有乙

丁邊丁丙邊丁正角可求乙丙邊丙角丙乙丁角末
於丙乙丁內減丁乙甲虛角得原設乙角或從丙作
垂線至戊引乙甲邊至戊補成正角亦同

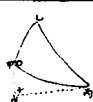
設乙甲丙形有丙銳角有角旁之乙丙邊有對角之
乙甲邊求丙甲邊及餘二角



法從乙角作垂線至丁成正角先算丙乙丁形
有丁正角丙角乙丙邊可求乙丁邊丁丙邊丙乙丁
角次丁乙甲虛形有丁正角乙丁乙甲二邊可求乙
甲丁角甲乙丁角甲丁邊末以所得虛形甲角減半
周得原設甲鈍角於丙乙丁內減虛乙角得原設乙

角於丁丙內減甲丁得原設丙甲

設乙甲丙形有甲鈍角有角旁之甲丙邊及對角之乙丙邊求乙甲邊及餘二角



法於丙角作垂線至戊補成正角先算虛形有戊正角甲外角甲丙邊可求諸數次虛實

合形有戊正角丙戊邊乙丙邊可求原設乙角及諸數末以先得虛形減之得原設數

設乙甲丙形有丙甲二角丙甲邊



法於丙銳角作垂線至丁補成正角丁丙甲虛形有丁正角甲外角丙甲邊可求諸數乙

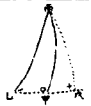
丙丁虛實合形有丁正角丙丁邊丙角可求原設乙丙邊乙角及乙甲邊

設乙甲丙形有乙甲二角丙甲邊



法於丙銳角作垂線至戊補成正角甲戊丙虛形有戊正角丙甲邊甲外角可求諸數乙丙戊形有戊正角乙角丙戊邊可求丙角乙丙邊乙甲邊

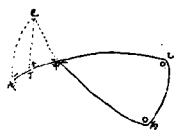
設乙甲丙形有乙銳角甲鈍角丙乙邊



法於丙銳角作垂線至戊補成正角乙丙戊形有戊正角乙角乙丙邊可求諸數甲丙戊虛有戊正角甲外角甲戊邊可求諸數

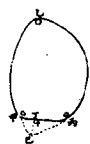
第三垂弧又法用次形

設乙甲丙形有乙丙二角乙丙邊求餘二邊及甲角
法引丙甲至己引乙甲至戊各滿半周作戊己邊與



乙丙等而已與戊並乙丙之外角成甲
戊己次形乃作垂弧己丁於形內分為
兩形以己丁戊分形求丁戊以己丁甲
形求甲丁合之成甲戊以減半周即乙
甲以己丁甲分形求己甲以減半周即丙甲以己丁
甲分形求甲交角

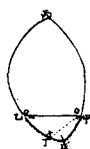
設乙甲丙形有丙甲二角乙甲邊求乙角及餘邊



法引甲乙丙乙俱滿半周會于己成丙

甲己次形作己丁垂形于次形內分次形為兩求到分形兩己角合之為次形己角與乙對角等求到分形甲丁及丁丙并之即甲丙求到次形己丙以減半周得乙丙

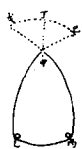
設乙甲丙形有乙丙乙甲二邊有乙角



法用甲乙戊次形作甲丁垂弧分為兩形以乙甲丁分形求到丁乙及甲分角

又以甲戊丁形求到甲戊以減半周為丙甲又得甲分角并先所得成甲角即甲外角又得戊角即丙對

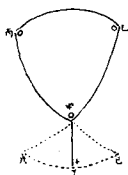
角或丙為鈍角則於次形戊角作垂弧法同上條
 設乙甲丙形有丙角甲丙邊乙甲邊



法用甲已戊次形作垂弧甲丁以甲丁
 戊分形求丁戊及甲分角又以甲丁已

形求得丁已以并丁戊成己戊即丙乙又得甲分角
 以并先得分角即甲交角又得己角即乙外角

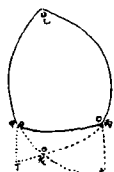
設乙甲丙形有三邊內有二邊乙甲相同皆為過弧



法引相同之二邊各滿半周成戊甲
 已次形作甲丁垂弧兩形相等任以
 甲丁戊分形求到戊角以減半周得

乙角亦即丙角求到甲半角倍之成甲角

設乙甲丙形有丙甲二鈍角甲丙邊

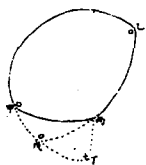


法引乙丙乙甲滿半周會于戊成

甲戊丙次形自甲作垂線與丙戊
引長線會于丁先求丙甲丁形諸

數次求甲戊丁得甲戊以減半周為乙甲又以丁戊
減先得丁丙得丙戊以減半周為乙丙又求得戊虛
角減半周為戊角即乙對角或自丙角作垂線亦同
設乙甲丙形有乙甲二鈍角甲丙邊

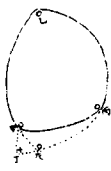
法引設邊成丙戊角次形作丙丁垂線引次形邊會



于丁先求甲丁丙形諸數次丙丁戊
虛形求到丙戊以減半周為乙丙先
求到丁甲以虛線丁戊減之得戊甲

即得乙甲先求到甲丙丁角內減丙虛角得丙外角
即得原設丙角

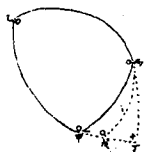
設乙甲丙形有丙鈍角有角旁之兩邊丙乙丙甲



法用甲戊丙次形作甲丁垂線引丙
戊會于丁先以甲丁丙形求到諸數

再以甲丁戊虛形求甲戊即得乙甲又甲虛角減先
得甲角成甲外角又戊虛角即乙外角

設乙甲丙形有甲鈍角乙丙邊丙甲邊



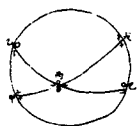
法用丙戊甲次形自丙作垂線會甲
戊線于丁求到甲戊即得乙甲求戊
角即乙角以丙虛角減先得丙角即

丙外角

正斜弧三角並用次形

正弧三角斜弧三角並有次形法而其用各有二其
一易大形為小形則大邊成小邊鈍角成銳角其一
易角為弧則三角可以求邊亦二邊可求一邊

正弧三角形易大為小用次形



如圖戊己甲乙半渾圓以戊丙甲己丙
 乙兩半周線分為弧三角形四一戊丙
 乙二己丙戊三己丙甲並大四乙丙甲
 為最小今可盡易為小形

一戊丙乙形易為乙甲丙形戊丙減半周餘丙甲又
 戊乙減半周餘乙甲而乙丙為同用之弧則三邊之
 正弦同也乙丙甲角為戊丙乙外角甲乙丙角為戊
 乙丙外角戊角又同甲角則三角之正弦同也故算
 甲丙乙即得戊丙乙
 二己丙戊形易為乙甲丙形乙甲己及甲己戊並半

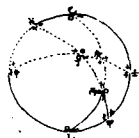
周內各減己甲則乙甲同己戊而乙丙于己丙及甲
丙于戊丙皆半周之餘又甲戊並正角丙為交角而
乙角又為己角之外角故算乙丙甲得己丙戊
三己丙甲形易為乙丙甲形乙甲為己甲減半周之
餘乙丙為丙己減半周之餘而同用甲丙又次形丙
角為原形之外角乙角同己角甲同為正角故算乙
丙甲得己丙甲

凡正弧三角內有大邊及鈍角者皆以次形立算但
於得數後以次形之邊與角減半周即得元形之大
邊及鈍角斜弧同其元形內原有小邊及銳角與次

形同者徑用得數命之不必復減半周

正弧三角形弧角相易用次形

一乙甲丙形易為丁丙庚次形



解曰丁如北極戊己壬甲如赤道圈己庚乙如黃道半周辛丁壬如極至交圈

壬如夏至辛如冬至戊丁甲如所設過極經圈己如春分己如秋分並以庚壬大距為其度丙如所設某星黃道度丙乙如黃道距春分度其餘丙庚即黃道距夏至為次形之一邊丙甲如黃赤距度其餘丙丁即丙在黃道距北極度為次形又一邊庚丁如夏至

黃道距北極而為乙角餘度是角易為邊也

乙角庚度為

其餘是為次形之三邊又丙交角如黃道上交角庚

庚丁

正角如黃道夏至甲乙如赤道同升度其餘壬甲如
赤道距夏至即丁角之餘是邊易為角也則次形又
有三角



假如有丙交角乙春分角而求諸數是三角求邊也

乙丙兩角並法為丙角之正弦與乙角之餘弦若半
甲正角而三

徑與丙甲之餘弦得丙甲邊可求餘邊

一丙角 黃道上交角
七十二度
五五二一

正弦 〇九五五七

丙角 黃道上交角
七十二度
五五二一

正弦

二 乙角 二分角 二十二度 餘弦 一〇九一七

丁庚 夏五黃道極 六十六度 正弦

三 半徑 九十度 全數 一〇〇〇〇

半徑 九十度 全數 正弦

四 甲丙 二十六度 餘弦 四〇九五九

丙 內在黃道極 七十三度 正弦

右以三角求邊也若三邊求角反此用之

若先有乙丙邊乙甲邊而求甲丙邊則為乙甲餘弦

即次形丁與乙丙餘弦 即庚丙 若半徑 甲角即次 與

甲丙餘弦 即丁丙

一 乙甲 四十二度 餘弦 九〇五七三

丁角 二百三十三度 正弦

二 乙丙 四十五度 餘弦 一〇七〇六

庚丙 四十五度 正弦

三 半徑 全數 一〇〇〇〇

庚角 九十度 正弦



四甲丙

二十六度
二一五七

餘弦

四〇

九五九
八七七

丁丙

七十二度
三八〇三

正弦

或先有乙丙邊甲丙邊而求乙甲邊則為甲丙餘弦

即丁丙
正弦

與乙丙餘弦

即庚丙
正弦

若半徑

甲角
庚角

即與乙甲

餘弦

即丁角
正弦

或先有乙甲邊甲丙邊而求乙丙邊則為半徑

甲角
即庚

角與甲丙餘弦

即丁丙
正弦

若乙甲餘弦

即丁角
正弦

與乙丙

餘弦

即庚丙
正弦

右皆以兩弧求一弧而不用角也以上為乙甲丙

形用次形之法本形三邊皆小一正角借兩銳角

次形亦然所以必用次形者為三角求邊之用也

二 已丙甲形 甲正角餘二角丙鈍已銳易為丁丙庚
次形 丙甲邊小餘二邊並大



法曰截已甲於壬截已丙於庚使已壬
已庚皆滿九十度作壬庚丁象限弧又

引丙甲邊至丁亦滿象限而成丁丙庚次形此形有

丁丙邊為丙甲之餘有庚丙邊為已丙之餘 凡過弧內去象

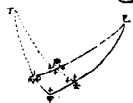
限其餘度正柱即過弧之餘柱故有庚丁邊為已角

已丙內減已庚而庚丙為其餘弧之餘乃角易為邊也 庚與壬皆象限即庚壬為已角之度而丁庚為其餘又有

丙銳角為元形丙鈍角之外角有庚正角與元形甲

角等 壬庚既為已角之弧則壬與庚必皆正角有丁角為已甲邊之餘乃

邊易為角也



假如有甲正角已銳角丙鈍角而求丙甲邊法為丙

鈍角之正弦即次形丙銳角正弦也與已角之餘弦

即次形丁庚若半徑即次形庚正與丙甲之餘弦即

邊之正弦

既得丙甲可求已丙邊法為半徑與丙角餘弦若甲

丙餘切次形為丁與已丙餘切次形為庚得數以減

半周為已丙下同凡以八線取張角度者若係大邊

鈍角皆以得數與半周相減命度

求己甲邊法為己角之餘弦即庚丁若丙角之正弦

若己丙之餘弦

即庚丙

與己甲之餘弦

即丁角正弦

右三角求邊

又如有己甲己丙兩大邊求丙甲邊法為己甲餘弦

即丁角

與己丙餘弦

即庚丙

若半徑與丙甲餘弦

即丁

丙正

或有己甲丙甲兩邊求己丙大邊法為半徑與丙甲

餘弦

即丁丙

若己甲餘弦

即丁角

與己丙餘弦

即庚丙

弦得數減半周為己丙下同

或有丙甲己丙二邊求己甲大邊法為丙甲餘弦與

半徑若己丙餘弦與己甲餘弦即上法之反理

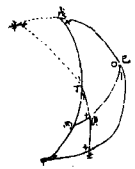
右二邊求一邊以上己丙甲形用次形之法本形有兩大邊一鈍角次形則邊小角銳而且以本形之邊易為次形之角本形之角易為次形之邊後二形並同

三己丙戊形戊正己鈍丙並大易為丁丙庚次形

法曰以象限截己丙於庚其餘庚丙截戊丙於丁其

餘丁丙為次形之二邊作丁庚弧其度

為己角之餘己鈍角與外銳角同以士庚之度取正弦其餘丁庚



為己外角之餘亦角易邊也次形又為

元形之截形同用丙角又庚正角與戊角等而丁角

即己戊邊之餘度

或引己戊至辛成象限則戊辛等
士甲皆丁角之度而又為己戊之

餘邊易角也

假如有丙銳角己鈍角借戊正角求戊丙邊法為丙

角正弦與己角餘弦

即庚丁
正弦

若半徑與戊丙餘弦

丁即

丙正得數減半周為戊丙下同

既得戊丙可求己丙法為半徑與丙角餘弦若戊丙

餘

切即丁丙
正切

與己丙餘

切即庚丙
正切

求己戊邊法為戊丙餘弦

即丁丙
正弦

與半徑若己丙餘

弦

即庚丙
正弦

與己戊餘弦

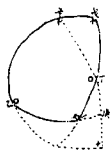
即丁角
正弦

以上三角求邊

四乙丙戊形

戊正乙丙並鈍戊乙丙並大乙丙小

易為丁丙庚次形



法曰引乙丙邊至庚滿象限得次形丙

庚邊

即乙丙之餘

于丙戊截戊丁象限得次

形丁丙邊

為戊丙之餘

而丁即為戊乙弧之

極戊正角至丁九

從丁作弧至庚成次形庚丁邊為

乙角之餘是角易為邊也又庚正角與戊等丙為外

角丁角為乙戊邊之餘是邊易為角也

假如三角求邊以丙角正弦為一率乙角餘弦為二

率半徑為三率求得戊丙餘弦為四率以得數減半

周為戊丙餘並同前

以上三角求邊

正孤形孤角相易又法用又次形

甲乙丙形依前法引乙丙邊甲乙邊各滿象限至庚

至己作庚己孤引長之至丁亦引甲丙

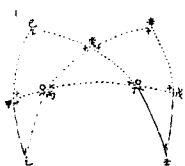
會于丁亦各滿象限成丁丙庚次形又

引丙庚至辛引丙丁至戊亦滿象限作

辛戊孤引之至壬亦引庚丁會于壬則

辛壬庚壬亦皆象限成丁戊壬又次形此形與甲乙

丙形相當乙丙邊易為壬角乙庚及丙辛皆象限內



減同用之丙庚則辛庚即乙丙而辛庚即壬角之弧也乙邊甲易為丁角乙甲之餘度己甲即丁交角之弧也是次形之兩角即元形之兩邊也乙角易為丁壬邊丁己及庚壬俱象限內減同用之庚丁則丁壬即己庚而為元形乙角之弧也丙角易為戊壬邊丙交角之弧辛戊其餘為次形戊壬也是次形之兩邊即元形之兩角而次形戊丁邊即元形丙甲次形戊角即元形甲角也若原形有三角則次形有戊直角有戊壬丁壬二邊可求乙甲邊法為乙角之正弦

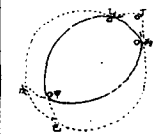
壬 正 與半徑若丙角之餘弦 即戊壬 與乙甲之餘弦 即丁壬

即丁角求乙丙邊法為乙角之切線即丁士與丙角
正士餘切即戊士若半徑與丙乙之餘弦即士既得
兩邊可求餘邊

以上又次形三角求邊用次形止一弧一角相易
今用又次形則兩弧並易為角兩角並易為弧

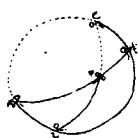
斜弧三角易大為小用次形

一甲乙丙二等邊形三角皆鈍



先引乙丙邊成全圓又引甲丙甲乙兩
邊出圓周外會于丁又引兩邊各至圓
周如戊成乙丁丙及戊己甲兩小形皆

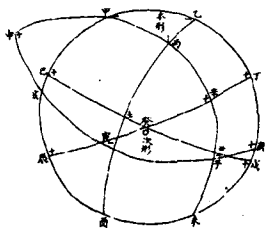
相似而等即各與元形相當而大形易為小形次形
 甲戌甲己二邊為元形邊減半周之餘則同一正弦
 次形己戌二角為元形之外角亦同一正弦而次形
 甲角原與元形為交角戌己邊又等乙丙邊故算小
 形與大形同法惟於得數後以減半周即得大邊及
 鈍角之度其交角甲及相等之戌己邊只得數便是
 并不用減



二甲乙丙三邊不等形角一鈍二銳
 引乙丙作圖又引餘二邊至圓周戊得相
 當次形己甲戌算戌甲得甲丙算己甲得

甲乙算已戌得乙丙其角亦一鈍二銳算戌鈍角得
丙銳角算已銳角得乙鈍角而甲交角一算得之
又戌甲乙形角一鈍二銳引戌乙作圓又引乙甲至
圓周已成次形已甲戌與元形相當算已甲得甲乙
算已戌得戌乙又同用戌甲邊算甲銳角得甲鈍角
算戌鈍角得戌銳角算已角即乙角
又甲已丙形三角俱鈍引丙已作圓又引丙甲至戌
成相當次形已甲戌算甲戌得甲丙算已戌得已丙
又同用已甲又丙鈍角即戌鈍角甲已兩銳角並元
形之外角

斜弧三角形弧角互易用次形



一乙甲丙形三角俱銳易為

丑癸寅形一鈍二銳

引乙甲作圓次引乙丙至酉

引甲丙至未並半周次以甲

為心作丁辛癸寅弧乙為心

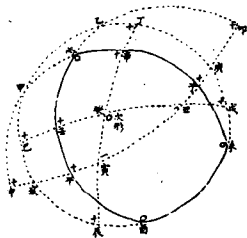
作戊丑癸壬弧丙為心作丑

于午寅弧三弧交處別成一丑癸寅形與元形相當
而元形之角盡易為邊邊盡易為角甲角之弧丁辛
與次形癸寅邊等乙角之弧己壬與次形丑癸邊等

丙外角之孤午申與次形寅丑邊等是元形有三角
即次形有三邊也又甲乙邊之度易為癸外角甲丙
邊易為寅角乙丙邊易為丑角是元形有三邊即次
形有三角也既以三角為次形之三邊則三角可以
求邊再用三邊求角法求得次形三角即反為元形
之三邊

又丙未酉形及丙未乙形丙酉甲形並可易為甲乙
丙則又皆以癸丑寅為又次形

二未丙酉形三角俱鈍易為丑癸寅形一鈍二銳
引酉未孤作圓又引兩邊至圓周甲乙乃以未為心作



丁辛癸寅辰祿以酉為心作
 戊丑癸壬己祿以丙為心作
 庚子丑寅午申祿亦引丙甲
 出圓外會于申三祿相交成
 丑癸寅形與元形相當而角
 盡易為祿祿盡易為角未外
 角之祿丁辛成次形癸寅祿酉外角之祿壬己成次
 形丑癸祿丙外角之祿申午成次形寅丑祿是三角
 盡易為邊也酉未邊成癸外角未丙邊減半周其餘
 甲丙成寅角酉丙邊減半周其餘乙丙成丑角是三

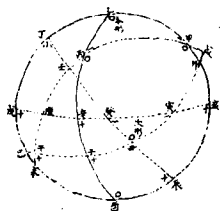
邊盡易為角也三角減半周得次形三邊算得次形
三角減半周得原設三邊

若所設為乙未丙形則未角易為次形癸寅邊乙外
角為丑癸邊丙角為丑寅邊若所設為甲丙丙形則
酉角易為丑癸邊甲外角為寅癸邊丙角為丑寅邊

三甲乙丙形一鈍兩銳易為丑

癸寅形

引甲乙邊全圖引餘二邊各滿
半周又以甲為心作丁壬癸丑
辰半周以乙為心作戊庚辛癸



寅張以丙為心作己午子丑寅卯張三張線相交成
丑癸寅次形易甲角為次形丑癸邊乙外角為次形
癸寅邊丙角為次形丑寅邊則角盡為邊又甲乙邊
為癸角乙丙邊成寅角甲丙邊為丑外角則邊盡為
角

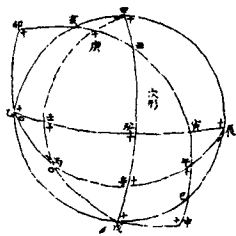
若所設為甲丙酉形

三角俱鈍而
有兩大邊

則以甲外角為次

形丑癸邊酉外角為癸寅邊丙外角為丑寅邊又以
三邊為次形三外角若所設為丙未酉形乙未丙形
並一鈍二銳
而有兩大邊皆依上法可徑易為丑癸寅次形

斜張正張以張角互易



一甲乙丙形甲乙邊通足
 邊一大一小易為丑癸寅
 角一鈍二銳

正孤形

引乙丙小邊成半周作卯
 亥庚丑寅午以丙為心之

半周作甲丑癸辛戌以乙為心之半周作乙壬癸寅
 孤以甲為心三孤線相交成丑癸寅次形與本形孤
 角相易而有正角丑寅邊即丙角癸寅邊即甲角丑
 癸邊即乙外角是角盡易邊也又寅角為甲丙邊所
 成丑角為乙丙邊所成癸正角為甲乙邊所成是邊

盡易角而有正角也

又辰戌丙形

辰戌邊象限餘並同前

易為正孤形並同前法乙

丙戌形

乙戌邊象限餘並小

易為正角形則丑寅度即丙外

角丑癸度即乙角寅癸度即戌角是角為邊也又寅

角生于丙戌丑角生于乙丙癸正角生于乙戌是邊

為角而有正角也辰甲丙形易為正角形

辰甲象限餘二大邊

三角並化則丑寅邊為丙外角丑癸邊為辰外角寅癸邊

為甲外角角為邊也又寅角生于甲丙丑角生于辰

丙而癸正角生于辰甲是邊為角而有正角也

右本形有象限孤即次形有正角而斜孤變正孤

丙乙甲形丙正角餘兩銳角相等者二易為己癸壬次形一角

以甲為心作寅己丑半周則甲角之度子寅成次形

己壬邊以乙為心作卯己午半

周則乙角之度卯辰成次形己

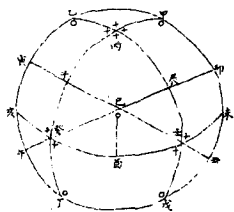
癸邊此所成二邊相等以丙為

心作亥癸壬未半周則丙角之

度即為次形癸壬象限邊平分

次形以己壬面形求壬角得原設甲丙邊乙丙邊求

半己角倍之成己角以減半周得原設乙甲邊



卷之二

卷之二

若設丙戌丁形丙正角兩鈍角同度易為己癸壬次

形與上同法惟丁戌用外角若設甲丙戌形丙正角餘一銳

一鈍而銳角鈍角合成半周邊二大邊與一大邊合成半周易為己癸壬次

形亦同上法惟甲用外角戌用本角而同度所得次

形之邊亦同度其轉求本形也用次形之壬角得甲

丙以減半周即得丙戌或乙丙丁形亦同

右本形有正角次形無正角而有象限孤得次形

之象限孤即得本形之正角或三角形無相同之

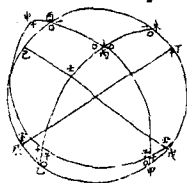
邊角而有正角其次形必有象限孤或無正角而

有相同之邊角其次形亦有等邊等角準此論之

次形法補算例

設角一銳二鈍
邊二大一小

甲乙丙形甲角一百二十度乙角一百一十度丙角
八十五度為一銳二鈍三角求邊



如法易為丑寅癸次形癸寅邊六
十度當甲角丑癸邊七十度當乙
角寅丑邊當丙角並以角度減半
周得之

求甲乙邊

即次形
癸外角

二率甲角一百二十度正弦 八六六〇二五四

相乘

三率乙角一百一十度正弦 九三九六九二六

以一率半徑除之得四率八一三七九七五

用前得四率數為一率八一三七九七五

半徑為二率一〇〇〇〇〇〇〇

甲兩角相較十度之矢一五一九二三與丙角減半

周九十五度之大夫一〇八七一五五七相較得數

為三率一〇七一九六三四

求得四率一三一七三〇四七為次形

癸角大夫內減半徑得三一七三〇四七為癸內

角一百〇八度之正弦以癸內角減半周得七十一

度三十分即甲乙邊或用省法徑以所得正弦作餘

弦得癸外角七十一度三十分即甲乙邊

求甲丙邊即次形

甲角一百二十度正二八六六。二五四

相乘得八六二七

丙角八十五度正二九九六一九四七

二七四一三四六七五以半徑一〇〇〇〇〇〇

除之得數八六二七二七四為一率

半徑一〇〇〇〇〇〇為二率

甲兩角相較三十五度正一八〇八四七九

相較得數四七

乙外角七十度正一六五七九七九八

七一三一九為三率

求得甲丙邊半周餘度之矢五五三。二一三為四率

檢表得六十三度二十七分以減半周得甲丙邊一百一十六度三十三分

求乙丙邊

即次形
丑角

丙角正弦 九九六一九四九
乙角正弦 九三九六九二六

相乘得數半徑除之

得數九三六一一六七為一率半徑為二率丙兩角

較二十度矢九三六九二一與甲外角六十度矢五〇〇

〇〇〇。相較得數四〇六三〇七九為三率求得

餘度矢四三四一七三三為四率

檢表得餘度五十五度三十二分以減半周得一百二十四度二十八分為乙丙邊

此所用次形之三邊三角皆本形減半周之餘度故所得四率為角之大小矢者皆必減半周而後可以命度若他形則不盡然必須詳審

如甲未丙形甲角六十度丙角九十五度未角一百一十度易丑寅癸次形則其角易為邊惟未角孤壬戌一百一十度其半周餘度己壬七十度易次形丑癸邊為用餘度當減半周其邊易為角惟甲丙邊一

百一十六度三十三分其餘度酉丙六十三度二十七分與辛子等成次形寅角亦用餘度當減半周其他各邊各角皆用本度非概用餘度算次形也

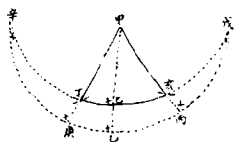
又如乙丙酉形乙角七。丙角九五酉角一二用癸寅丑次形求丙酉邊以丙酉兩角正弦相乘去末七位得數為一率半徑為二率以酉外角丙角相差三十五度夫與乙角夫相較得數為三率求得正矢為四率得寅角六十三度二十七分即丙酉邊求酉乙邊以乙角酉角正弦相乘退七位為一率半徑為二率酉外角乙角相差十度之矢與丙角九十五度之

矢相較得三率求得次形癸角之大夫為四率即以
癸角一百。八度三十分為百乙邊求乙丙邊亦與
前條同法因丙乙兩內角之正弦及差度並與兩外
角同而酉角又同甲角也

垂弧捷法次形雙法

設亥甲丁形有甲亥邊亥丁邊亥角求
甲丁邊

本法作垂弧分兩形先求甲己邊次求
亥己邊分丁己邊再用丁己甲己二邊
求甲丁邊今捷法不求甲己邊但求亥



己邊分丁己邊即用兩分形之兩次形以徑得甲丁
如圖引甲亥邊至丙引甲丁邊至庚引甲己垂弧至
乙皆滿象限又引分形邊亥己至戊引丁己至辛亦
滿象限未作辛庚乙丙戊半周與亥己過于戊與丁
己過于辛成亥丙戊次形與甲己亥分形相當丁庚
辛次形與甲己丁分形相當而此兩次形又自相當
辛丁己亥戊如黃道半周辛庚乙丙戊如赤道半周
甲如北極辛如春分戊如秋分己乙如黃赤大距即
夏至之緯乃二分同用之角度

即戊角辛
角之度

亥丙及丁

即赤緯
之餘

法為半徑與戊角之正弦若戊亥之正弦與亥丙之
正弦又半徑與辛角即戊角之正弦若辛丁之正弦與
丁庚之正弦合之則戊亥之正弦與亥丙之正弦亦
若辛丁之正弦與丁庚之正弦

一率

亥己餘弦

亥戊正弦

黃經

二率

亥甲餘弦

亥丙正弦

赤緯

三率

本形

己丁餘弦

即次形

辛丁正弦

黃經

四率

甲丁餘弦

庚丁正弦

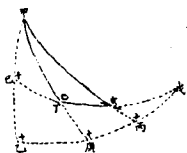
赤緯

若丁為鈍角則如上圖作甲己線于形外乙庚丙戊
如赤道己丁亥戊如黃道皆象弧戊角如秋分其弧

己乙如夏至距緯

此兩黃經並在夏至前秋分後其理

見易



一率 亥已餘弦 即亥戌正弦

二率 亥甲餘弦 即亥丙正弦

三率 己丁餘弦 即戌丁正弦

四率 甲丁餘弦 即庚丁正弦

或先有者是丁鈍角甲丁丁亥二邊則先求丁己綫

亦用
前圖

一率 丁巳餘弦 即戊丁正弦

二率 甲丁餘弦 即丁庚正弦

三率 亥巳餘弦 即亥戌正弦

四率 亥甲餘弦 即亥丙正弦

假如星在甲求其黃赤經緯則亥丁如兩極之距亥

角若為黃經則丁角為赤經而亥甲黃緯丁甲赤緯

也若丁角為黃經則亥角為赤經而丁甲黃緯亥甲

赤緯也黃經赤經皆距極度也法為亥角之餘弦與亥

甲之餘弦若丁角之餘弦用丁鈍角與丁甲之餘弦

又為丁角之餘弦與丁甲之餘弦若亥角之餘弦與

亥甲之餘弦反之又為丁甲之餘弦與丁角之餘弦
若亥甲之餘弦與亥角之餘弦又為亥甲之餘弦與
亥角之餘弦亦若丁甲之餘弦與丁角之餘弦也

又如月在甲求其黃白經緯則丁亥如黃白兩極之
距亥角若為黃經則丁角為白經而亥甲黃緯丁甲
白緯也若丁角為黃經則亥角為白經而丁甲黃緯
亥甲白緯也又如星在甲求其赤道經緯與地平經
緯則丁亥如天頂距北極亥角為赤道距至度則丁
角為地平距午度而亥甲星距北極丁甲星距天頂
也丁角為赤道距至度則亥角為地平距午度而丁

甲距北極亥甲距天頂也此孤三角之理所以隨處
可施也

渾圓面積

渾圓求面積法先用渾圓徑求渾圓周圓徑圓周相
乘得數為渾圓面積蓋得平圓面積之四倍假如渾
天球全徑定為二。。。。。求得圓周六二
八三一八五三以二。。。。乘之得一
五六六三七。六。。。再乘圓周八位
下之小餘。七一七九五八六又得其零數一四三
五九一七二是球皮之穹積共為一二五六六三七

○六一四三五九一七較之平圓面積三一四一五
九二六其數為四倍也凡求平圓面積者或以周徑
相乘得數而四歸之為平圓面積今求渾圓則以周
徑相乘得數即為渾圓面積又求平圓面積者或以
半周半徑相乘得數為面積此則得數之後增加四
倍乃為渾圓面積是四歸渾面之積而得平面之積
四因平面之積而得渾面之積也又試將八線表內
各正弦層層積算相和折半得五七二九四三三。
○用九十歸之得六三六六。二三六是為和半徑
以乘每宮緯弧九二三五九。○得三三三三三。

。再乘象限經弧一五七。七九六三得五二三
五八四一。然後用二十四乘之得穹積一二五
六六三。與周徑相乘之數合

地球面積

古里法在天一度在地二百五十里今里法在天一
度在地二百里天度大而地度小地在天中如小圓
在大圓中大圓分三百六十度小圓亦分三百六十
度度有大小而無多寡其照臨之相應者如此也用
周徑密率求得半徑一萬一千四百五十九里小餘
一五倍之得二萬二千九百一十八里強為全徑以

全徑自乘得五二五二四以比平圓面積四一二四
八又四因之得一十六萬四九九二為地球之皮面
積得方萬里者十六方半今之中國蓋得大地一十
六分之一也

逐度求皮面積

平圓面積求逐度法以逐度之弧線與半徑相乘得
數折半得逐度之面積今求渾圓其所謂一度者是
從北極至南極為一度之長所謂柳葉度形也法以
逐度之弧線與象限弧線相乘得數即為渾面一度
之積假如渾天球徑二十萬半徑一十萬求一度面

積以全周四分之一得一五七。七九六三為象限弧線以全周三百六十分之得一七四五三二為每度之弧線兩數相乘得二七四一五四二一九八三十六為渾圓一度之面積

渾圓體積

渾圓徑二。〇。〇。〇。〇。求得渾圓周六二八三一八五三周徑相乘得一二五六六三七。六一四三五九一七為渾圓面積四除渾圓面積得三一四一五九二六五三五八九七九為平圓面積又以渾圓徑二。〇。〇。〇。〇。〇。乘平圓面積得六二八三

一八五三。七一七九五八六四七六八六三為圓

柱積倍圓柱積為一二五六六三七。六一四三五

九一七二九五三七二六以三除之得四一八八七

九。二。四七八六三九為渾圓體積蓋渾圓得圓

柱三之二也或用徑上立方求渾圓積以渾圓徑二

。 。

。 。

。 。

圓率三一四一五九二六乘之得二五一三二七四

一二。 。

○○○以六除之得四一八七九。二○○○。
○○○為渾圓體積蓋立方體與渾圓體若六○○。
與三一四奇也

渾圓立方相容

渾圓內容立方立方內又容渾圓如此迭互相容則
外圓徑上冪與內圓徑上冪為三倍之比例外立方
與內立方之徑冪亦然立方面上斜徑之冪為方冪
之倍而此兩對角斜徑即渾圓之徑內小圓徑又在
立方體內即以方徑為徑其徑之冪即立方面也故
曰三倍比例也若求其徑則外徑大於內徑若一十

七有奇與一十內徑之冪百開方得一十為徑則外
徑之冪三百開方得一十七又三十五之一十一為
徑若有幾層互容皆以此比例遞加即得若求其體
積則為五倍有奇之比例若有多層亦以此比例遞
加假如內容立方積一千則外大立積五千一百九
十四有奇蓋立積一千則其徑冪一百而外大立積
之徑冪三百又以徑一十七又三十五之一十一乘
之則五千一百九十四又七之二也又捷法渾圓徑
冪一萬五千則內容立方面之斜徑冪一萬為渾圓
徑冪三之二若設渾圓徑一百其冪一萬則內容立

方面之斜徑冪六千六百六十六亦三之二也
平方開之得八十一六四九六即內容斜方之斜內
容立方面冪三千三百三十三為渾圓徑冪三
之二即方斜之半冪平方開之得五十七七三五。
是為渾圓徑一百內容立方之邊亦即渾圓內容立
方立方又容小圓之徑至於立方內又容渾圓則其
徑冪一千一百一十一為渾圓徑冪九之一為
方斜面冪六之一立方面冪三之一開得平方根三
十三三三不盡為內容小渾圓之徑以徑乘冪得三
萬七千。三十七為徑上立方積以三一四乘以四

〇〇除得二萬九千〇八十八七九為圓柱積柱積
取三之二得一萬九千三百九十二一九為小渾圓
積得大渾圓二十七之一以小渾圓積二十七因之
得五十二萬三千五百八十九一三為外大渾圓積
蓋外大渾圓徑一百其徑上立方一百萬以三一四
乘四〇〇除得七十八萬五千三百九十八為圓柱
積三分取二得五十二萬三千五百八十九為渾圓
積內方立方面積三千三百三十三_三其邊五十七
七_三以邊為高乘面得一十九萬二千四百五十。
為內容立方積立方內容小渾圓以立方之邊為徑

五十七五三。依立圓法以三一四乘四。除得一
十六萬一千四百九十七為圓柱積取三之二得一
十。萬七千六百六十一為小立圓積小立圓內又
容立方面冪一千一百一十一其徑三十三三三以
徑乘冪得立方積三萬七千。三十七以三。乘四
。除得二萬九千。八十八為圓柱積又三分取
一得一萬九千三百九十二為立方內又容小渾圓
積為大渾圓積二十七之一也

橢圓法解

西人刻白爾噶西尼載進賢以橢圓言天用橢圓面

積求太陽太陰加減均數自未葉大悟不同心規與
小輪難以推算更取蛋形圖以解天文根本說者謂
即古人天形如雞子鳥卵之說其法舊有而至戴進
賢始得用者諸輪法自多祿畝至湯若望南懷仁月
已增至四輪猶須加減勢難更增小輪乃改從橢圓
立法其實加減又密而已既立橢圓之象則又有以
橢圓為實象者竊意橢圓又不如渾圓近理蓋物極
圓則能自動莫難之珠沒柰何之球皆其証也天與
七曜之動豈有運樞轉轂者乎極圓則能自動亦一
說也若以為橢圓試為橢圓之輪運於實處則不可

行運於虛處則必不可無樞軸若橢圓之球則只可平轉兩頭竟為無用又無斜升斜降証以天象東西有差南北度高度不變亦有可通而天為橫雞子形不得為立雞子形嘗觀九章算術引張衡之言立方為質立圓為渾知渾天之名本取立圓非取於橢圓乃悟雞子之喻取黃在白中若地在中非取橢圓形似又觀梅氏書云圖弧角於平面必用視法變渾為平平置渾儀從北極下視則惟赤道為外周不變而黃道斜立即成橢形又悟最外之天仍為渾圓而七政天為橢圓亦視之若橢而非真橢也

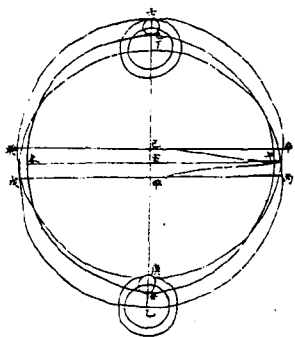
橢圓名義

太陽之行有盈縮由於本天有高卑其說一為不同心天一為本輪而不同心天之兩心差即本輪之半徑第谷用本輪以推盈縮差其高卑又止及兩心差之半故又用均輪以消息之刻白爾以來屢加精測最高前後本輪固失之小均輪又失之大最早前後本輪固失之大均輪又失之小乃設本天為橢圓以兩心差一六九。為勾平圓半徑一千萬為弦求得股九九八五七一。小餘八四八。一九一即橢圓之小半徑而凡橢圓之正弦角度面積與平圓

之比例皆同於橢圓之小半徑與平圓半徑之比例
焉太陰五星並用橢圓之法今且即太陽天推之

橢圓形

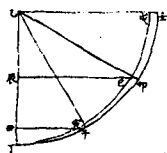
如圖甲為地心乙丙丁戊為黃道己為不同心天之
心庚辛壬癸為不同心天乙庚為本輪半徑與甲己
兩心差等丑乙為均輪之卑於本天己丁為均輪之
高於本天止及甲己之半與甲寅等因以寅為不同
心天之心與己丑作十字線又取寅丑之度從甲截
橫線於午使午甲午己皆與寅丑半徑等乃以甲己
兩點各為心午為界各用一針釘之圓以絲線束以



度寬為行盈在最高則角度狹為行縮角度與積度之較即平行實行之差也

求橢圓度正弦

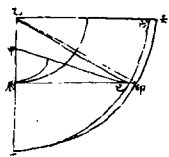
鉛筆代午針引而旋轉
 即成丑午己未橢圓形
 寅丑寅己為橢圓大半
 徑寅午寅未為橢圓小
 半徑又將橢圓面積以
 甲為心均分積度為太
 陽平行而在最早則角



乙丁為橢圓大半徑與平圓乙壬半
 徑等戌乙小半徑之小於平圓半徑
 者即壬戌橢圓差若速度割之則橢
 圓之餘弦必與平圓之餘弦等而正
 弦必小於平圓然平圓正弦與橢圓正弦之比例必
 同於平圓半徑與橢圓小半徑之比例也如丁子張
 為三十度丑乙為三十度之餘弦平圓與橢圓等子
 丑為平圓三十度之正弦寅丑為橢圓三十度之正
 弦子寅為三十度之橢圓差丁卯張為六十度辰乙
 為六十度之餘弦平圓與橢圓等卯辰為平圓六十

度之正弦己辰為橢圓六十度之正弦卯己為六十
 度之橢圓差則子丑與寅丑之比卯辰與己辰之比
 皆同於壬乙與戊乙之比而子丑與子寅之比卯辰
 與卯己之比皆同於壬乙與壬戌之比也

求橢圓角度



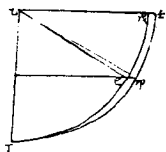
設卯乙辰角為平圓六十度求橢圓
 之己乙辰角試以乙辰為半徑作弧
 則卯辰為卯乙辰角之正切己辰為
 己乙辰角之正切夫卯辰與己辰之
 比既同於壬乙與戊乙之比則卯乙辰角之正切與

己乙辰角正切之比亦必同於壬乙與戊乙之比故
以壬乙一千萬為一率戊乙九九九八五七一小餘
八五為二率卯乙辰角六十度之正切一七三二。
五。八為三率求得四率一七三一八。三四為己
乙辰角之正切檢表得五十九度五十九分四十七
秒即己乙辰角而卯乙己角一十三秒為橢圓差角
又設己甲辰角六十度五十分三十二秒求卯甲辰
角試以甲辰為半徑作弧則己辰為己甲辰角之正
切卯辰為卯甲辰角之正切夫卯辰與己辰之比既
同於壬乙與戊乙之比則己辰與卯辰之比必同於

戊乙與壬乙之比而已甲辰角之正切與卯甲辰角
正切之比亦必同於戊乙與壬乙之比故以戊乙九
九九八五七一小餘八五為一率壬乙一千萬為二
率己甲辰角之正切一七九二三八九七為三率求
得四率一七九二六四五七為卯甲辰角之正切檢
表得六十度五十分四十五秒即卯甲辰角而卯甲
己角一十三秒為橢圓差角是平圓與橢圓角度之
比例亦同於大徑與小徑之比例也

求橢圓面積

凡平圓面積與橢圓面積之比例同於平圓外切正



方面積與橢圓外切長方面積之比
 例亦即同於橢圓大徑與小徑之比
 例如求橢圓六十度之面積則先設
 丁卯弧六十度求乙卯丁六十度之
 平圓面積以比之法以半周率三一四一五九二六
 五用三分之得一。四七一九七五五為卯丁弧線
 與乙卯半徑一千萬相乘折半得五二三五九八七
 七五〇。〇。〇。〇即乙卯丁分平圓六十度之面積
 而為平圓全積六分之一又以壬乙大半徑一千萬
 為一率戊乙小半徑九九九八五七一。小餘八五為

二率乙卯丁積為三率求得四率五二三五二三九
九七二四〇九五即乙巳丁分橢圓六十度之面積
而為橢圓全積六分之一也